

**1404-01**

**Total Pages : 16**

**Degree (Part-I) Examination, 2022**

**( Vocational )**

**MATHEMATICS**

**[ Paper : First ]**

**[ PPU-D-I-(Sub)-MATH ]**

**Time : Three Hours]**

**[Maximum Marks : 100**

**Note :** Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable. The questions are of equal value. Answer **five** questions in all. **Question No. 1** is **compulsory**. Besides this attempt at least **one** question from each section.

परीथार्थियों यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें। सभी प्रश्न समान अंक के हैं। कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। इसके अलावा प्रत्येक खंड से कम से कम से एक प्रश्न का उत्तर दीजिये।

1. Answer **all** the questions.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

1404-01/2700

( 1 )

[P.T.O.]

(i) If  $A, B$  and  $C$  are non-empty sets, then  $(A - B) \cup (B - A)$  is :

(a)  $(A \cup B) - (A \cap B)$

(b)  $A - (A \cap B)$

(c)  $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

(d)  $(A \cup B) - B$

यदि  $A, B$  और  $C$  गैर-रिक्त समुच्चय हैं, तो  $(A - B) \cup (B - A)$  है :

(a)  $(A \cup B) - (A \cap B)$

(b)  $A - (A \cap B)$

(c)  $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

(d)  $(A \cup B) - B$

(ii) Suppose  $S = \{1, 2, 3\}, T = \{1, 3, 5\}$  and  $K = \{2, 3, 4, 5\}$ , then which of the following is correct ?

(a)  $S \cup T = \{1, 2, 3\}$

(b)  $S \cup K = \{1, 2, 3, 4\}$

(c)  $S \cap T = \{1, 2, 3\}$

~~(d)~~ None of these

मान लीजिए  $S = \{1, 2, 3\}$ ,  $T = \{1, 3, 5\}$  और  $K = \{2, 3, 4, 5\}$ , तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है ?

(a)  $S \cup T = \{1, 2, 3\}$

(b)  $S \cup K = \{1, 2, 3, 4\}$

(c)  $S \cap T = \{1, 2, 3\}$

(d) इनमें से कोई नहीं

(iii) In the group of non-zero rational numbers under the binary operation "\*" given by  $a * b = a + b + 1$ , the inverse of 2 is :

(a) -2

(b) -1

(c) -4

(d) None of these

$a * b = a + b + 1$  द्वारा दिए गए बाइनरी ऑपरेशन  
" \* " के तहत गैर-शून्य परिमेय संख्याओं के समूह में, 2  
का व्युत्क्रम है :

- (a) -2
- (b) -1
- (c) -4
- (d) इनमें से कोई नहीं

(iv) If  $(1, \omega, \omega^2)$  is an abelian group under multiplication, then identity element is :

- (a) 1
- (b) 0
- (c) -1
- (d)  $\omega$

अगर  $(1, \omega, \omega^2)$  गुणन के तहत एक एबेलियन समूह है,  
तो पहचान तत्व है :

- (a) 1
- (b) 0

(c)  $-1$

(d)  $\omega$

(v) Which of the following are necessarily true ?

(a)  $|AB| > |A||B|$

(b)  $|AB| < |A||B|$

(c)  $|AB| = |A||B|$

(d) None of these

निम्नलिखित में से कौन-सा आवश्यक रूप से सत्य है ?

(a)  $|AB| > |A||B|$

(b)  $|AB| < |A||B|$

(c)  $|AB| = |A||B|$

(d) इनमें से कोई नहीं

(vi) If  $A = \begin{bmatrix} 2 & x-3 & x-2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \end{bmatrix}$  is a symmetric matrix,

then  $x =$

(a) 3

(b) 6

(c) 8

(d) 4

यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & x-3 & x-2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \end{bmatrix}$  एक सममित आव्यूह है,

तो  $x =$

(a) 3

(b) 6

(c) 8

(d) 4

(vii) Which one of them is not interval ?

(a) (1, 2)

(b)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

(c) (3,  $\pi$ )

(d) (2 $\pi$ , 180)

इनमें से कौन अंतराल नहीं है ?

(a) (1, 2)

(b)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

(c) (3,  $\pi$ )

(d) (2 $\pi$ , 180)

(viii) Let  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 \leq 7\}$ , then supremum of  $A$  is :

(a) 7

(b) 3

(c) Does not exist

(d) 0

माना  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 \leq 7\}$ , तो  $A$  का सर्वोच्च मूल्य है :

(a) 7

(b) 3

(c) मौजूद नहीं

(d) 0

(ix) The conic  $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$  represents :

(a) Hyperbola

(b) Parabola

(c) Ellipse

(d) Circle

शंकु  $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$  दर्शाता है :

(a) अतिपरवलय

(b) परवलय

(c) दीर्घवृत्त :

(d) वृत्त

(x) The acute angle between the lines  $x - 2 = 0$  and  $\sqrt{3}x - y - 2 = 0$  is :

(a)  $0^\circ$

(b)  $30^\circ$



(c)  $45^\circ$

(d)  $60^\circ$

रेखाओं  $x - 2 = 0$  तथा  $\sqrt{3}x - y - 2 = 0$  के बीच का न्यून कोण है :

(a)  $0^\circ$

(b)  $30^\circ$

(c)  $45^\circ$

(d)  $60^\circ$

**Section-A / खण्ड-अ**

2 / (a)

Two finite sets have  $m$  and  $n$  elements, respectively. The total number of subsets of first set is 56 more than the total number of subsets of the second set. Find the values of  $m$  and  $n$ .

दो परिमित समुच्चयों में क्रमशः  $m$  और  $n$  अवयव हैं। पहले समुच्चय के उपसमुच्चयों की कुल संख्या दूसरे समुच्चय के उपसमुच्चयों की कुल संख्या में 56 अधिक है।  $m$  और  $n$  के मान ज्ञात कीजिए।

(b) Let  $A, B$  and  $C$  be sets. Then show that  
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .

मान लीजिए कि  $A, B$  और  $C$  समुच्चय हैं। फिर दिखाइए कि  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ।

3. (a) Define group and show that  $n$ th root of unity forms a group.

समूह को परिभाषित कीजिए तथा दर्शाइए कि इकाई का  $n$ वाँ मूल समूह बनाता है।

(b) State and prove Lagrange's theorem.

लैग्रेंज की प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

### Section-B / खण्ड-ब

4. (a) Show that every square matrix can uniquely be expressed as a sum of symmetric and skew-symmetric matrix.

दिखाइए कि प्रत्येक वर्ग मैट्रिक्स को विशिष्ट रूप से सममित और तिरछा-सममित मैट्रिक्स के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

(b) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ , then find  $A^2 + 2A + 7I$ .

अगर  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ , तो  $A^2 + 2A + 7I$  खोजें।

5

(a) Solve the following L.P.P. graphically :

Max.  $Z = 3x + 5y$

Subject to  $3x + 5y \leq 15$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

निम्नलिखित को आलेखीय रूप से हल कीजिए :

अधिकतम  $Z = 3x + 5y$

बाधाओं के अधीन  $3x + 5y \leq 15$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(b)

Solve the following L.P.P. using Simplex method :

Max.  $Z = 40x + 30y$

Subject to  $x + y \leq 12$

$$2x + y \leq 16$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

निम्नलिखित एल.पी.पी. को सिम्प्लेक्स विधि का उपयोग करके हल कीजिए :

अधिकतम  $Z = 40x + 30y$

बाधाओं के अधीन  $x + y \leq 12$

$$2x + y \leq 16$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

### Section-C / खण्ड-स

6. (a) Prove that the subsequence of a convergent sequence is also convergent.

सिद्ध कीजिए कि अभिसारी अनुक्रम का अनुगमन भी अभिसारी होता है।

- (b) : Discuss the convergence of the series  $\sum \frac{1}{n^p}$ .

शृंखला  $\sum \frac{1}{n^p}$  के अभिसरण पर चर्चा कीजिए।

7. (a) Simplify :

(i)  $(\sqrt{3} + i)^{18}$

$$(ii) \quad (1 - \sqrt{3}i)^{23}$$

सरल कीजिए :

$$(i) \quad (\sqrt{3} + i)^{18}$$

$$(ii) \quad (1 - \sqrt{3}i)^{23}$$

(b) Prove the following :

$$(i) \quad \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$(ii) \quad \cosh 2x = 2(\cosh x)^2 - 1$$

निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$(ii) \quad \cosh 2x = 2(\cosh x)^2 - 1$$

8. (a) If  $\sin(\alpha + i\beta) = x + iy$ , then prove that

$$\frac{x^2}{\cosh^2 \beta} + \frac{y^2}{\sinh^2 \beta} = 1 \text{ and } \frac{x^2}{\sin^2 \alpha} - \frac{y^2}{\cos^2 \alpha} = 1.$$

अगर  $\sin(\alpha + i\beta) = x + iy$ , तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{x^2}{\cosh^2 \beta} + \frac{y^2}{\sinh^2 \beta} = 1 \text{ तथा } \frac{x^2}{\sin^2 \alpha} - \frac{y^2}{\cos^2 \alpha} = 1.$$

- (b) Resolve  $\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$  into its real and imaginary parts.

$\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$  को उसके वास्तविक और काल्पनिक भागों में हल कीजिए।

**Section-D / खण्ड-द**

9. (a) Trace the conic

$$3(3x - 2y + 4)^2 + 2(2x + 3y - 5)^2 = 39.$$

शंकु  $3(3x - 2y + 4)^2 + 2(2x + 3y - 5)^2 = 39$  को ट्रेस कीजिए।

- (b) Find the co-ordinates of the focus and equation to its directrix of the parabola

$$9x^2 + 24xy + 16 + y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$$

परवलय

$9x^2 + 24xy + 16 + y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$  की अपनी दिशा के लिए फोकस और समीकरण के निर्देशांक खोजिए।

10. (a) Find the angle between the lines

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-1} \text{ and}$$

$$\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{2}$$

रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-1} \text{ और}$$

$$\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{2}$$

(b) Find the equation of the plane which contains the

line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$  and the plane

$$x + 2y + z = 12.$$

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें रेखा है

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4} \text{ और समतल}$$

$$x + 2y + z = 12.$$

-----x-----