

1404-1

Printed Pages : 20

**Degree (Part-I) (Vocational)  
Examination, 2020**

**(Subsidiary)**

**MATHEMATICS**

**[ PPU-D-I(V) (SUB)-MATH ]**

**Time : Three Hours]**

**[Maximum Marks : 100**

**Note :** Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable. The questions are of equal value. Answer five questions in all. First question is compulsory. Besides this attempt one question from each section.

परीक्षार्थी यथासम्भव अपने शब्दों में ही उत्तर दें। सभी प्रश्नों के मान बराबर हैं। कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रथम प्रश्न अनिवार्य है। इसके अलावा, प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न का उत्तर दीजिए।

1. (i) If A, B and C are non-empty sets then  $A-(B-C) =$

(a)  $(A - B) \cap (A \cup C)$

1404-1/1800

( 1 )

[P.T.O.]

(b)  $(A - B) \cup (A \cap C)$

(c)  $(A \cup B) - (A \cup C)$

(d)  $(A \cap B) - (A \cap C)$

यदि A, B और C रिक्त समुच्चय नहीं हैं, तब  $A - (B - C) =$

(a)  $(A - B) \cap (A \cup C)$

(b)  $(A - B) \cup (A \cap C)$

(c)  $(A \cup B) - (A \cup C)$

(d)  $(A \cap B) - (A \cap C)$

(ii) How many elements in  $A \times B$  and  $B \times A$  are common if  $n$  elements are common to  $A$  and  $B$ ?

(a)  $n$

(b)  $2n$

(c)  $n^2$

(d)  $n^2 + 1$

$A \times B$  और  $B \times A$  में उभयनिष्ठ अवयवों की संख्या कितनी है यदि  $A$  और  $B$  के  $n$  अवयव उभयनिष्ठ हैं?

(a)  $n$

(b)  $2n$

(c)  $n^2$

(d)  $n^2+1$

(iii) In the group of non-zero rational numbers under

the binary operation  $*$  given by  $a * b = \frac{ab}{2}$  the

inverse of 4 is :

(a)  $\frac{1}{4}$

(b)  $\frac{1}{2}$

(c) 2

(d) 1

शून्येतर परिमेय संख्याओं के समूह में जहाँ कि द्विशः

संक्रिया  $*$  को  $a * b = \frac{ab}{2}$  से बताया गया है, 4 का

व्युत्क्रम है :

(a)  $\frac{1}{4}$

(b)  $\frac{1}{2}$

(c) 2

(d) 1

(iv) The inverse of the permutation

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$  is :

(a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

क्रमचय  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$  का व्युत्क्रम है :

(a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

(d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

(v) If  $AB = 0$  and  $BA \neq 0$  for two matrices A and B then :

(a)  $A \neq 0, B \neq 0$

(b)  $A = 0, B = 0$

(c)  $B = 0$

(d)  $A = 0$

यदि दो आव्यूह A और B के लिए  $AB = 0$  और  $BA \neq 0$  है, तब :

(a)  $A \neq 0, B \neq 0$

(b)  $A = 0, B = 0$

(c)  $B = 0$

(d)  $A = 0$

(vi) If  $A$  be a non-singular matrix of order  $n$ , then  
 $|\text{adj}A| =$

(a)  $|A|^{n-2}$

(b)  $|A|^{n-1}$

(c)  $|A|^n$

(d)  $|A|^{n+2}$

यदि  $A$  एक  $n$  कोटि का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तब  
 $|\text{adj}A| =$  है।

(a)  $|A|^{n-2}$

(b)  $|A|^{n-1}$

(c)  $|A|^n$

(d)  $|A|^{n+1}$

(vii) Series  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n^p} \right)$ ,  $p > 0$  :

(a) is divergent for  $p \geq 2$

(b) is divergent for  $p > 2$

(c) is convergent for  $p \geq 2$

(d) is convergent for  $p > 2$

श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n^p} \right)$ ,  $p > 0$  :

- (a)  $p \geq 2$  के लिए अपसारी है
- (b)  $p > 2$  के लिए अपसारी है
- (c)  $p \geq 2$  के लिए अभिसारित है
- (d)  $p > 2$  के लिए अभिसारित है

(viii) On the interval  $[-1, 1]$ ,  $f(x)$  is such that  $f'(x) = 0$  for the function  $f(x) = x^2 + |x| + 2$ . The values of  $x$  are :

- (a)  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
- (b)  $\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$
- (c)  $\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$
- (d)  $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$

अन्तसत्त्व  $[-1, 1]$  पर  $f(x)$  इस प्रकार है कि फलन  $f(x) = x^2 + |x| + 2$ . के लिए  $f'(x) = 0$  है।  $x$  के मान हैं :

(a)  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

(b)  $\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$

(d)  $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$

(ix) The eccentricity of the hyperbola  $16x^2 - 9y^2 = 576$  is :

(a) 2

(b)  $\frac{3}{2}$

(c)  $\frac{5}{3}$

(d)  $\frac{9}{5}$



अतिपरवलय  $16x^2 - 9y^2 = 576$  की उत्केन्द्रता है :

(a) 2

(b)  $\frac{3}{2}$

(c)  $\frac{5}{3}$

(d)  $\frac{9}{5}$

(x) If two lines  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$  and

$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-k}{2} = \frac{z-5}{5}$  are co-planar, then value

of k is :

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

यदि दो रेखाएं  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$  और

$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-k}{2} = \frac{z-5}{5}$  सह-तलीय हैं, तब k का मान

है :

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

### Section - A

(खण्ड-क)

2. (a)

In a class of 25 students, 12 have taken Mathematics, 8 have taken Mathematics but not Biology. Find the number of Students who have taken Mathematics and Biology and those who have taken Biology but not Mathematics.

विद्यार्थियों की कक्षा में, 12 ने गणित लिया है, 8 ने गणित लिया है, लेकिन जीवविज्ञान नहीं ली है। उन विद्यार्थियों की संख्या निकालिए जिन्होंने गणित तथा जीवविज्ञान लिया है तथा उनकी जिन्होंने जीवविज्ञान लिया है लेकिन गणित नहीं लिया है।

(b) Prove that

सिद्ध कीजिए :

(i) A countable union of sets is countable

समुच्चयों का एक गणनीय संघ गणनीय होता है

(ii) Any infinite subset of a countable set is countable

एक गणनीय समुच्चय का कोई अपरिमित उपसमुच्चय गणनीय होता है

3. (a) Prove the following :

निम्न को सिद्ध कीजिए :

(i) If  $R_1$  and  $R_2$  are equivalence relations in a set  $A$ , then  $R_1 \cap R_2$  is also an equivalence relation.

यदि  $R_1$  तथा  $R_2$  समुच्चय  $A$  में तुल्यता सम्बन्ध है, तब  $R_1 \cap R_2$  भी एक तुल्यता सम्बन्ध है।

(ii) Let  $f : X \rightarrow Y$  be a function. If relation  $R$  in  $X$  given by  $R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$ , then  $R$  is an equivalence relation.

मान लीजिए कि  $f : X \rightarrow Y$  एक फलन है।  
यदि  $X$  में  $R = \{(a, b) : f(a) = f(b)\}$  द्वारा प्रदत्त  
एक सम्बन्ध दिया जाता है, तब  $R$  एक तुल्यता  
सम्बन्ध है।

- (b) If  $n \geq 2$  be collection of all even permutations of  $\{1, 2, \dots, n\}$  then prove that it forms a sub-group of order  $\frac{n!}{2}$  of the symmetric group  $S_n$ .

यदि  $n \geq 2$  के लिए  $\{1, 2, \dots, n\}$  के सभी सम क्रमचयों का संग्रह है, तब सिद्ध कीजिए कि यह सममित समूह  $S_n$  का  $\frac{n!}{2}$  कोटि का एक उपसमूह बनाता है।

### Section - B

#### (खण्ड-ख)

4. (a) (i) Show that the product of two unitary matrices is a unitary matrix.

दिखाइये कि दो एकात्मक आव्यूहों के गुणन एक एकात्मक आव्यूह होता है।

- (ii) Prove that inverse of an orthogonal matrix is orthogonal.

सिद्ध कीजिए कि एक लम्बकोणीय आव्यूह का व्युत्क्रम लम्बकोणीय होता है।

(b) Find rank of the following matrix :

निम्न आव्यूह का रैंक निकालिए :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

5. (a) Determine graphically the maximum and minimum values of objective function

$$z = 3x + 9y$$

Subject to the constraints:  $x + 3y \leq 60$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

आलेखीय विधि द्वारा उद्देश्य फलन  $z = 3x + 9y$  का अधिकतम और न्यूनतम मान निम्न अवरोधों के अन्तर्गत निकालिए :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(b) Using the Simplex method, maximize the objective function  $z = 12x_1 + 6x_2 + 4x_3$

Subject to constraints:  $4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 60$

$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 50$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 45$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

सिम्पलेक्स विधि द्वारा उद्देश्य फलन  $z = 12x_1 + 6x_2 + 4x_3$  का अधिकतम मान निम्न अवरोधों के अन्तर्गत निकालिए :

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 60$$

$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 50$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 45$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

### Section - C

(खण्ड-ग)

6. (a) Prove that every convergent sequence is bounded but converse is not true.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अभिसारित अनुक्रम परिबद्ध होते हैं किन्तु इसका उल्टा सत्य नहीं है।

(b) Test the convergence of the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n-1}{n^3+1}} x^n, x > 0.$$

श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n-1}{n^3+1}} x^n, x > 0$  के अभिसारी होने की जाँच

कीजिए।

7 ✓ (a)

Simplify :

सरल कीजिए :

(i)  $(1+i)^{18}$

(ii)  $(-\sqrt{3} + 3i)^{31}$

(b) Prove the following :

निम्न को सिद्ध कीजिए:

(i)  $\cosh(x+y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$

(ii)  $\sinh(x-y) = \sinh x \cosh y - \cosh x \sinh y$

8. (a) Determine the constants  $a$  and  $b$  so that the function  $f$  defined below is continuous everywhere

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{if } x \leq 1 \\ ax^2 + b, & \text{if } 1 < x < 3 \\ 5x + 2a, & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$$

अचरो  $a$  और  $b$  के मान निकालिए ताकि नीचे परिभाषित फलन  $f$  हर जगह सतत हो :

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{यदि } x \leq 1 \\ ax^2 + b, & \text{यदि } 1 < x < 3 \\ 5x + 2a, & \text{यदि } x \geq 3 \end{cases}$$

- (b) Draw the graph of the function  $y = |x-1| + |x-2|$  in the interval  $[0, 3]$  and discuss the differentiability of the function in this interval.

अन्तराल  $[0, 3]$  में फलन  $y = |x-1| + |x-2|$  का आरेख खींचे और इस अंतराल में फलन के अवकलनीयता की चर्चा कीजिए।



## Section - D

(खण्ड-घ)

9. (a) Find the equation of hyperbola if (i) foci are  $(0, \pm 12)$  and length of latus rectum is 36, (ii) foci

are  $(0, \pm 3)$  and vertices are  $\left(0, \pm \frac{\sqrt{11}}{2}\right)$ .

अतिपरवलय का समीकरण निकालिए यदि (i) नाभियां  $(0, \pm 12)$  और नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई 36 है,

(ii) नाभियां  $(0, \pm 3)$  पर हैं और शीर्ष  $\left(0, \pm \frac{\sqrt{11}}{2}\right)$

पर हैं।

- (b) Find the equation of the circle which passes through the point  $(2, -2)$  and centre of the circle  $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 11$  and whose centre lies on the line  $x + y = 2$ .

बिन्दु  $(2, -2)$  और वृत्त  $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 11$  के केन्द्र से होकर जाने वाले उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र रेखा  $x + y = 2$  पर स्थित है।

10.

(a) Find the angle between pair of lines

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-3} \text{ and}$$

$$\frac{x+3}{-1} = \frac{y-5}{8} = \frac{z-1}{4}$$

रेखा युग्म  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-3}$  और

$\frac{x+3}{-1} = \frac{y-5}{8} = \frac{z-1}{4}$  के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

(b) Find the equation of the plane through the points (1, 0, -1) and (3, 2, 2) and parallel to the line

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$$

बिन्दुओं (1, 0, -1) और (3, 2, 2) से होकर जाने वाले

तथा रेखा  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$  के समान्तर समतल

का समीकरण ज्ञात कीजिए।

----- x -----